COMPARATIVO ENTRE REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO SIMPLES E COMPOSTA E A VINCULAÇÃO DE AMBOS COM A TABELA PRICE

Entende-se por regime de capitalização o processo de formação dos juros e a maneira pela qual estes são incorporados ao capital. Formalmente, tem-se dois regimes básicos de capitalização: o contínuo e o descontínuo. Relativo ao regime de capitalização descontínuo, conforme os juros periodicamente formados rendam também juros, ou não, distingui-se os denominados regimes de capitalização descontínua a juros compostos e a juros simples, doravante denominados capitalização composta e capitalização simples respectivamente.

CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA

O regime de **capitalização composta**, é definido como sendo aquele no qual os **juros** formados ao final do período de capitalização a que se refere a taxa de juros, **são incorporados** ao capital e passam a render juntamente com o capital no próximo período de capitalização.

Sejam: PV – valor presente ou capital ; i - taxa de juros; n - número de períodos de capitalização; FV - valor futuro ou montante.

Primeiro período de capitalização: $FV_1 = PV.(1+i)$

Segundo período de capitalização: $FV_2 = FV_1.(1+i) = PV.(1+i).(1+i) = PV.(1+i)^2$

Terceiro período de capitalização: $FV_3 = FV_2.(1+i) = PV.(1+i)^2.(1+i) = PV.(1+i)^3$

.
.
.

Enésimo –1 período de capitalização: $FV_{n-1} = FV_{n-2}.(1+i) = PV.(1+i)^{n-2}.(1+i) = PV.(1+i)^{n-1}$

Enésimo período de capitalização: $FV_n = FV_{n-1}.(1+i) = PV.(1+i)^{n-1}.(1+i) = PV.(1+i)^n$

Portanto, generalizando, podemos escrever a definição do cálculo do valor futuro (montante) a juros compostos como sendo:

$$\boxed{FV = PV.(1+i)^n} \quad \text{(I)}$$

Exemplo: Suponha a aplicação da quantia de R$ 1.000,00 pelo prazo de 4 meses à taxa de juros de 10% ao mês.
Solução: De acordo com o acima exposto, temos:

Primeiro período de capitalização:	$FV_1 = PV.(1+i) = 1000.(1+0{,}1) = R\$1.100{,}00$
Segundo período de capitalização:	$FV_2 = FV_1.(1+i) = 1100.(1+0{,}1) = R\$1.210{,}00$
Terceiro período de capitalização:	$FV_3 = FV_2.(1+i) = 1210.(1+0{,}1) = R\$1.331{,}00$
Quarto período de capitalização:	$FV_4 = FV_3.(1+i) = 1331.(1+0{,}1) = R\$1.464{,}10$

ou, pela fórmula (I) $\boxed{FV = PV.(1+i)^n} = 1.000(1+0{,}1)^4 = R\$1.464{,}10$

CAPITALIZAÇÃO SIMPLES

O regime de **capitalização simples**, é definido como sendo aquele no qual os **juros** formados ao final do período de capitalização a que se refere a taxa de juros, **não são incorporados** ao capital e portanto, a taxa de juros incide somente sobre o capital inicial.

Primeiro período de capitalização:	$FV_1 = PV.(1+i.1)$
Segundo período de capitalização:	$FV_2 = PV.(1+i.2)$
Terceiro período de capitalização:	$FV_3 = PV.(1+i.3)$
.	.
.	.
.	.
Enésimo –1 período de capitalização:	$FV_{n-1} = PV.(1+i.(n-1))$
Enésimo período de capitalização:	$FV_n = PV.(1+i.n)$

Portanto, generalizando, podemos escrever a definição do cálculo do valor futuro (montante) a juros simples como sendo:

$$\boxed{FV = PV.(1+i.n)} \quad \text{(II)}$$

Exemplo: Suponha a aplicação da quantia de R$ 1.000,00 pelo prazo de 4 meses à taxa de juros de 10% ao mês.
Solução: De acordo com o exposto, temos:

Primeiro período de capitalização: $FV_1 = PV.(1+i.1) = 1000.(1+0{,}1) = R\$1.100{,}00$
Segundo período de capitalização: $FV_2 = PV.(1+i.2) = 1000.(1+0{,}2) = R\$1.200{,}00$
Terceiro período de capitalização: $FV_3 = PV.(1+i.3) = 1000.(1+0{,}3) = R\$1.300{,}00$
Quarto período de capitalização: $FV_4 = PV.(1+i.4) = 1000.(1+0{,}4) = R\$1.400{,}00$

ou, pela fórmula (II) $\boxed{FV = PV.(1+i.n)} = 1.000(1+0{,}1.4) = R\$1.400{,}00$

<u>Quadro 1 – Comparativo entre os regimes de capitalização simples e composto</u>

n	Capitalização Composta		Capitalização Simples		Diferença dos juros pró cap. composta
	Capital	Valor Futuro	Capital	Valor Futuro	
1	1.000,00	1.100,00	1.000,00	1.100,00	00,00
2	1.100,00	1.210,00	1.000,00	1.200,00	10,00
3	1.210,00	1.331,00	1.000,00	1.300,00	31,00
4	1.331,00	1.464,10	1.000,00	1.400,00	64,10

Podemos observar que, exceto para o periodo unitário, o valor futuro considerada a capitalização composta é superior ao valor futuro pela capitalização simples.

<u>VALOR ATUAL E VALOR NOMINAL</u>

Os conceitos de valor atual e valor nominal independem do regime de capitalização adotado; o que varia são as suas expressões.

Para introduzirmos o conceito de valor nominal podemos considerar um compromisso a ser saldado em determinada data posterior àquela em que desejamos situar e cujo valor de resgate, na data do vencimento é N. Essa denominação, valor nominal, é devida ao fato de que, por influência da taxa de juros, o valor do dinheiro varia com o tempo, ou seja, em qualquer data anterior à de vencimento, a quantia que o saldará será, para taxas positivas, inferior a N e nesse caso, essa quantia é denominada valor atual o qual será denotado por PV. Embora esteja implícito, as denominações valor atual e valor nominal dependem da data em que nos situamos. Assim, na data do vencimento, o valor nominal e o valor atual se confundem.

O VALOR ATUAL E O VALOR NOMINAL NOS REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO EM ESTUDO

Considerados os regimes de capitalização em estudo e adotando-se os conceitos de valor nominal e valor atual, efetuando-se a substituição conveniente nas fórmulas I e II temos:

Para o regime de capitalização composta; $\boxed{FV = PV.(1+i)^n}$ sendo $N = FV$, logo $N = PV.(1+i)^n$ $\therefore$ $\boxed{PV = \frac{N}{(1+i)^n}}$ (III).

Para o regime de capitalização simples; $\boxed{FV = PV.(1+i.n)}$ sendo $N = FV$, logo $N = PV.(1+i.n)$ $\therefore$ $\boxed{PV = \frac{N}{1+i.n}}$ (IV).

EQUAÇÃO DE VALOR

Observados os conceitos de valor nominal e valor atual podemos estabelecer o conceito de equação de valor considerando os regimes de capitalização composta e simples. Suponhamos que devam ser saldados n compromissos de valor nominal $N_1, N_2, N_3, ..., N_n$ ao final de 1, 2, 3, ..., n, períodos.

Pela capitalização composta a equação de valor é dada por:

$$\boxed{PV = \frac{N_1}{(1+i)^1} + \frac{N_2}{(1+i)^2} + \frac{N_3}{(1+i)^3} + ... + \frac{N_n}{(1+i)^n}} \quad \text{(V)}$$

Pela capitalização simples a equação de valor é dada por:

$$\boxed{PV = \frac{N_1}{1+i.1} + \frac{N_2}{1+i.2} + \frac{N_3}{1+i.3} + \ldots + \frac{N_n}{1+i.n}} \quad \text{(VI)}$$

Exemplificando: Suponha que quatro títulos todos de valor nominal igual a R$ 1.000,00 devam ser liquidados, a contar de hoje, em 30, 60, 90 e 120 dias ou seja em 1, 2, 3 e 4 meses. Considerada a taxa de juros de 10% ao mês, qual a quantia (valor atual) que liquidará a dívida hoje?

Solução pela capitalização composta :

$$PV = \frac{N_1}{(1+i)^1} + \frac{N_2}{(1+i)^2} + \frac{N_3}{(1+i)^3} + \frac{N_4}{(1+i)^4} = \frac{1000}{(1+0{,}1)^1} + \frac{1000}{(1+0{,}1)^2} + \frac{1000}{(1+0{,}1)^3} + \frac{1000}{(1+0{,}1)^4} = R\$3.169{,}83$$

Solução pela capitalização simples:

$$PV = \frac{N_1}{1+i.1} + \frac{N_2}{1+i.2} + \frac{N_3}{1+i.3} + \frac{N_4}{1+i.4} = \frac{1000}{1+0{,}1.1} + \frac{1000}{1+0{,}1.2} + \frac{1000}{1+0{,}1.3} + \frac{1000}{1+0{,}1.4} = R\$3.225{,}93 ??????????????$$

SÉRIES UNIFORMES DE PAGAMENTO OU DE PAGAMENTOS IGUAIS

Uma forma utilizada nos esquemas de vendas à prazo é a utilização, para liquidação de dívidas, de séries de pagamentos usualmente denominada prestações e doravante denominadas PMT. As séries uniformes de pagamentos mais utilizadas denominam-se **postecipadas** ou de termos vencidos, **antecipadas** e **diferidas**. As séries de pagamentos **postecipadas caracterizam-se pelo primeiro pagamento ser efetuado um período após a assinatura do contrato mercantil**. Por exemplo: uma pessoa adquire um televisor e financia R$ 400,00 que deverão ser liquidados em 4 pagamentos mensais iguais (pagamentos efetuados em 30/60/90/120 dias após a compra) à taxa de juros de 10% ao mês.

Supondo capitalização composta equação V, supondo $N_1 = N_2 = N_3 = \ldots = N_n = PMT$

$$PV = \frac{PMT}{(1+i)^1} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \frac{PMT}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{PMT}{(1+i)^n}$$

isolando PMT temos, $PV = PMT.\left(\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^n}\right)$

logo, $\boxed{PV = PMT.S_{PG}}$ onde $S_{PG} =$ Soma dos termos de uma progressão geométrica finita

onde:

número de termos $= n$, primeiro termo, $a_1 = \frac{1}{1+i}$ e razão $q = \frac{1}{1+i}$, sendo,

$$S_{PG} = \frac{a_1.(q^n - 1)}{q - 1}$$

Então, $PV = PMT.S_{PG} = PMT.\left[\frac{a_1.(q^n - 1)}{q - 1}\right]$

portanto $PV = PMT.\left[\frac{\frac{1}{1+i}.\left\{\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right\}}{\frac{1}{1+i}}\right] = PMT.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n.i}\right]$

<u>TABELA PRICE - CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA OU SIMPLES?</u>

O SAF- Sistema de Amortização Francês ou a "Tabela Price" implica sim, necessariamente, em capitalização de juros, ou, juros sobre juros." Conforme VIEIRA SOBRINHO,1990 : " O Sistema Francês consiste em um plano de amortização de uma dívida em prestações periódicas, iguais e sucessivas, dentro do conceito de termos vencidos, em que o valor de cada prestação, ou pagamento, é composto de duas parcelas distintas : uma de juros e outra de capital (chamada amortização)". A fórmula utilizada para o cálculo das prestações periódicas, iguais e sucessivas neste sistema de amortização é a que segue:

$$PMT = PV \times \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1}$$ ou ainda

Ocorre, que a fórmula acima, para cálculo de prestações do SAF, é obtida de uma série de pagamento com termos vencidos ou postecipados, que por sua vez, se origina do regime de capitalização **composta**.

Ainda conforme VIEIRA SOBRINHO,1990, à página 56, no capítulo que trata de séries de pagamentos, ao dar as características das séries das quais irá tratar, o autor é enfático: " Finalmente queremos destacar que este capítulo será desenvolvido com base no conceito de capitalização composta".

Mais adiante, no mesmo livro, a página 188, " De acordo com o Professor Mario Geraldo Pereira[1], a denominação "Tabela Price" se deve ao nome do matemático, filósofo e teólogo inglês Richard Price, que viveu no século XVIII e que incorporou a teoria de juros compostos às amortizações de empréstimos (ou financiamentos). A denominação "Sistema Francês", pelo autor citado, deve-se ao fato de esse sistema ter-se efetivamente

[1] Mario Geraldo Pereira, "Plano Básico de Amortização pelo Sistema francês e Respectivo Fator de Conversão", Tese de Doutoramento,1965.

desenvolvido na França, no século XIX. O Sistema Francês consiste em um plano de amortização de uma dívida em prestações periódicas........ ”

A forma de capitalização da Tabela Price é definida à partida, quando se calcula o valor da prestação constante, por intermédio de séries de pagamentos, cujo regime de capitalização é composto. O valor da prestação é calculada, da mesma forma que o FRC (fator de recuperação do capital), em uma série de pagamentos com termos iguais e postecipados. A dedução de tal fórmula é pertinente à discussão e foi feita anteriormente :

$$PMT = PV \times \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1}.$$

Deve-se notar que todos os cálculos foram efetuados dentro do sistema de capitalização composta. Eventual confusão surge, quando pelo mecanismo de funcionamento da “PRICE”, se estabelece que a parcela de juros é calculada pela taxa de juros multiplicada pelo saldo devedor imediatamente anterior. O que não se diz claramente é que a parcela de amortização cresce geometricamente, mantendo a componente *composta* da relação.

Curitiba, 19 de dezembro de 2000.

ALEX OVERCENKO

GLOWER LOPES KUJEW

MARIO ROMÉRO PELLEGRINI DE SOUZA